

**Решения и критерии оценивания заданий городской олимпиады школьников
по математике для 5-6 классов в 2018/2019 учебном году**

**6 класс
(2 часа)**

1. Можно ли в клетки квадратной таблицы 4×4 вписать числа от 1 до 10 так, чтобы выполнялись следующие условия: 1) в каждую клетку вписано ровно одно число; 2) каждое из указанных чисел вписано по крайней мере один раз; 3) в любой строке и любом столбце этой таблицы не все числа различны.

Ответ: Можно.

Решение.

1	1	3	4
1	1	5	6
7	8	2	2
9	10	2	2

Критерии. Если неверное решение – 0 баллов.

Только верный ответ без примера – 0 баллов.

Если верное решение (следить за выполнением всех трёх условий!) – 7 баллов.

2. На некотором острове каждый из аборигенов либо лжец, то есть всегда лжёт, либо правдивый, то есть всегда говорит правду. Одиннадцать аборигенов встали в круг. Каждому дали по два ботинка, и каждый сказал: «У меня ботинки одного цвета». После этого каждый из них передал свои ботинки соседу справа. Могли ли они все после этого сказать: «У меня теперь ботинки разных цветов»?

Ответ. Не могли.

Решение. Предположим, что такое могло произойти. Рассмотрим двух аборигенов, стоящих рядом. Если они оба лжецы (правдивые), то про одну и ту же пару ботинок, которая побывает у обоих, скажут одинаковые фразы. Значит, они разного типа. Поэтому лжецы и правдивые чередуются. А так как аборигенов нечётное число, то это невозможно.

Критерии. Если неверное решение – 0 баллов.

Только правильный ответ без обоснования – 0 баллов.

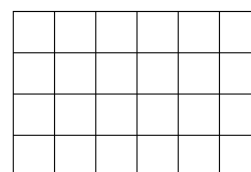
Разобран только случай двух соседей лжецов – 2 балла.

Разобран только случай двух соседей правдолюбков – 2 балла.

Разобран только случай двух соседей разных видов (лжец и правдолюб) – 2 балла.

Если верное решение – 7 баллов.

3. Можно ли разрезать клетчатый прямоугольник 4×6 (см. рисунок) на шесть различных клетчатых многоугольников, которые **не являются прямоугольниками**? Приведите какой-нибудь один пример разрезания или докажите, что нельзя.



Ответ: Нельзя.

Решение. Есть только одна фигура из 3 клеток (уголок), которая не является прямоугольником и три фигуры из 4 клеток (буква «Т», зигзаг и уголок). Тогда площадь шести фигур будет не меньше, чем: $3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 = 25 > 24$. Значит, нельзя.

Критерии. Если неверное решение – 0 баллов.

Если есть оценка по площади, но фигуры из трёх и четырёх клеток все не явно перечислены, а только указано их количество – 4 балла.

Если верное решение – 7 баллов.

4. Из пункта А в пункт Б вышел пешеход. Вслед за ним через некоторое время вышел второй пешеход. Догнав первого пешехода через 10 км пути, второй пешеход, не останавливаясь, дошёл до пункта Б и повернул обратно. Второй раз пешеходы встретились в 10 км от Б. Сколько км останется пройти второму пешеходу до пункта А, когда первый дойдет до пункта Б, если расстояние между пунктами А и Б равно 50 км?

Ответ: 23 $\frac{1}{3}$ км.

Решение. От первой встречи до второй первый пешеход прошел 30 км, а второй – 50 км. Отсюда ясно, что отношение скоростей 1-го и 2-го пешеходов равно 3:5. Поэтому, когда первый пройдет оставшиеся ему 10 км до пункта Б, первый пройдет еще $50/3$ км и окажется на расстоянии $40 - 50/3 = 70/3 = 23 \frac{1}{3}$ км.

Критерии. Только ответ – 1 балл.

Верно найдено отношение скоростей, но далее допущена вычислительная ошибка – 3 балла.

Верное решение – 7 баллов.

5. ОлЮр нарисовал на бумаге белый клетчатый квадрат размером 5×5 клеток. Он хочет замостить этот квадрат чёрными уголками из трёх клеток по линиям клеток квадрата так, чтобы в белом квадрате не осталось ни одной белой клетки. Какое наименьшее число чёрных уголков для этого понадобится ОлЮру? Чёрные уголки могут перекрывать друг друга.

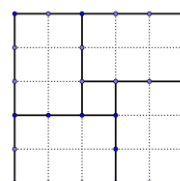
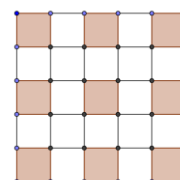
Ответ: 9.

Решение. Оценка.

Первый способ. Раскрасим 9 клеток квадрата в тёмный цвет. Любой уголок накрывает не более одной закрашенной клетки. Значит, потребуется не менее 9 уголков.

Второй способ. Каждый уголок покрывает 3 клетки. Если уголков только 8, то они покроют не более чем $3 \times 8 = 24$ клетки. А всего в белом квадрате 25 клеток. Значит, одна белая клетка осталась свободной. Поэтому потребуется не менее 9 уголков.

Пример. На рисунке показано, как разрезать квадрат 5×5 на четыре прямоугольника 2×3 и один квадрат 1×1 . Каждый прямоугольник покрывается двумя уголками. Квадрат 1×1 покрывается девятым уголком, он пересекается с двумя другими уголками.



Критерии. Если неверное решение – 0 баллов.

Если приведён только пример покрытия уголками – 3 балла.

Если доказана только оценка – 3 балла.

Если верное решение – 7 баллов.